

# Системы, сети и устройства телекоммуникаций

УДК 621.398.97(031)

## АНГАРМОНИЗМ ОБЕРТОНОВ В СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛАХ

**Белов Леонид Алексеевич**

кандидат технических наук, профессор,  
ФГБОУ ВО "Национальный исследовательский университет «МЭИ».  
E-mail: belovla@gmail.com.

**Семенов Николай Сергеевич**

аспирант ФГБОУ ВО "Национальный исследовательский университет «МЭИ».  
E-mail: semenov\_nick@mail.ru.

Адрес: 111250, Россия, г. Москва, Красноказарменная улица, дом 14.

*Аннотация:* Анализируется явление ангармонизма обертонов в сигналах, генерируемых сверхширокополосными колебательными системами, на примере процесса затухания колебаний упругой и гибкой высокодобротной струны. Измерением параметров записанных колебаний для струн с различной длиной и структурой материала показано, что количество обертонов может достигать нескольких десятков, а значения частоты максимумов спектральной плотности мощности генерируемых ими колебаний прогрессивно увеличиваются по сравнению с целыми кратными частоте основного тона. Установлено, что для струн с частотой основного тона от 16 Гц до 2 кГц эквивалентная добротность рассмотренной колебательной системы изменяется в пределах от 180 до 400. Уровень влияния размаха колебаний на значение квазипериода соседних колебаний (неизохронность) не превышает погрешности измерений. Для измерения коэффициента ангармонизма обертонов использован метод кепстрального анализа, модифицированный применением сжимающего частотного фильтра после первого прямого преобразования Фурье. Анализ массива записей процесса при значениях периода основного тона в пределах более 5 октав для разных вариантов материала струны позволил количественно оценить значения коэффициента ангармонизма в пределах от 0,01% до 0,6% и его зависимость от параметров колебательной системы.

*Ключевые слова:* ангармонизм обертонов; неизохронность; сверхширокополосная колебательная система; модифицированный кепстральный анализ; акустическая струна.

### Введение

Упругая струна с малыми потерями, закреплённая на концах и возбуждаемая отклонением одной из её точек от положения равновесия [1], является примером сверхширокополосной (СШП) колебательной системы с распределёнными параметрами. В ней изменяющиеся во времени отклонения каждой из точек от равновесного состояния представляют собой квазипериодический во времени процесс несинусоидальной формы. Размах свободных колебаний медленно по сравнению с квазипериодом колебания уменьшается, форма колебаний во времени изменяется в зависимости от распо-

ложения точки вдоль струны и с течением времени. В ряде узкополосных колебательных систем с квазигармоническими колебаниями [2] проявляется неизохронность – зависимость частоты колебаний от их амплитуды, связанная с малым значением затухания в системе. В рассмотренной СШП высокодобротной колебательной системе текущий спектр Фурье [3] сигнала содержит множество высших гармоник, а сигнал может рассматриваться как квазипериодический. Исследования колебаний музыкальной струны [4 - 6] выявили явление ангармонизма обертонов – отличие частоты обертона от целой кратности частоте основно-

го тона, которое прогрессивно возрастает с увеличением номером обертона. Фундаментальные явления ангармонизма, вызванные нелинейностью процессов, происходят в высокочастотных распределённых колебательных системах иной физической природы [7], в том числе, в объёмных диэлектрических резонаторах.

Исследованиям методов анализа сложных СШП сигналов и синтеза телекоммуникационных устройств в различных приложениях посвящена обширная литература [8]. В рассматриваемой колебательной системе формируется класс СШП сигналов с многочастотным спектром, которые находят применение в акустических устройствах. Количественное исследование параметров класса квазипериодических сигналов необходимо для создания электронных синтезаторов таких колебаний, а также для решения задач идентификации типа конкретного источника колебаний несинусоидальной формы.

Цель данной работы состоит в количественной оценке значений параметра эквивалентной добротности, уровня явлений неизохронности и ангармонизма обертонов в колебаниях струны для последующего использования при построении электронных синтезаторов сложных сигналов несинусоидальной формы.

### 1. Общие соотношения

Рассмотрим в качестве примера широкополосной колебательной системы с малыми потерями тонкую гибкую упругую струну длиной  $L$ , закреплённую вдоль оси  $x$  в точках  $x = 0$  и  $x = L$ , в которой в плоскости  $(y, x)$  происходят свободные колебания, вызванные в момент времени  $t = 0$  отклонением на расстояние  $y_0$  её точки, находящейся на расстоянии  $x_0$  от начала координат. Пространственно-временной процесс  $y(t, x)$  незатухающих колебаний произвольных точек струны с координатами  $x \in (0, L)$  при указанной идеализации системы с учётом линейной составляющей закона Гука упругой деформации твёрдого тела [9], можно предста-

вить [1] в виде суммы основного тона  $n = 1$  и обертонов с номерами  $n = 2, 3, \dots, N$  в виде

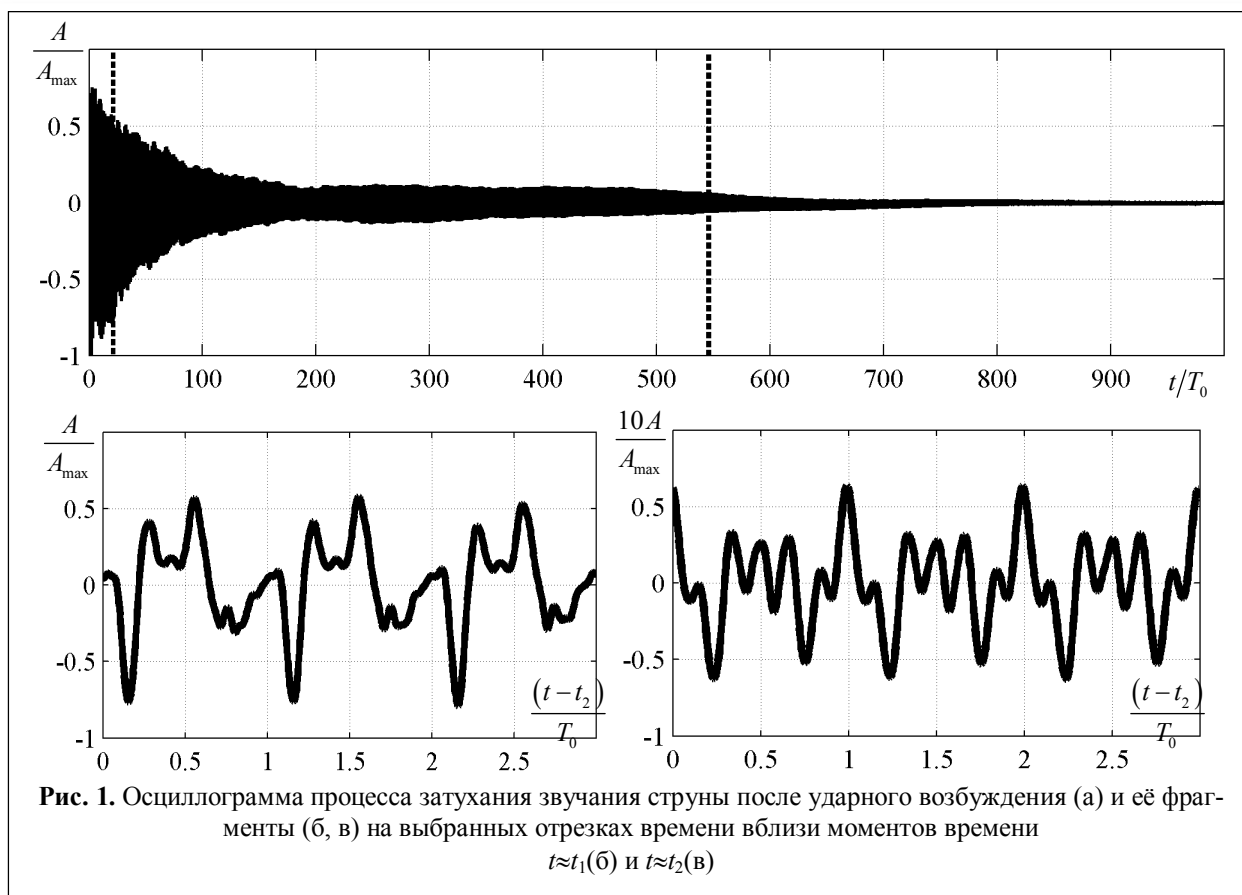
$$\frac{y(t, x)}{y_0} = \frac{2x_0}{1 - \frac{x_0}{L}} \sum_{n=1}^N C(n, x_0, L) \sin \frac{\pi n x}{L} \cos \left( 4\pi n \frac{t}{T_0} \right), \quad (1)$$

где  $C(n, x_0, L) = \sin(\pi n x_0 / L)$  – весовой коэффициент;  $T_0 = 1/f_0$  – длительность периода основного тона. Частота основного тона  $f_0$  прямо пропорциональна коэффициенту натяжения струны, обратно пропорциональна плотности материала и длине струны  $L$ , не зависит от размаха колебаний. Спектр Фурье мощности колебания (1) линейчатый, а значения частоты каждого из обертонов  $f_n = n f_0$  кратны целому значению его номера  $n$ , так что неизохронность колебаний и ангармонизм обертонов не проявляются.

Количество обертонов  $N$  с усреднённой за квазипериод мощностью более -20 дБ от мощности основного тона достигает нескольких десятков для акустических струн музыкальных инструментов в интервале значений частоты основного тона  $f_0$  от 16 Гц до 2 кГц.

Опубликованы [10] массивы нормированных к максимальному размаху  $A_{\max}$  записей затухающего процесса  $y(t) = A(t)/A_{\max}$  интегрального звукового давления вдали от струны, вызванного колебаниями всех точек струны  $x \in (0, L)$  при разных сочетаниях материала, конструкции струны, также амплитуды начального возбуждения. На рис. 1 показан пример такого процесса и его фрагментов на выбранных участках времени  $t$ .

Рассмотрение рис. 1 показывает, что длительность процесса затухания свободных колебаний  $y(t)$ , на протяжении которой текущий размах колебаний  $A(t)$  уменьшается в 10 раз (их мощность соответственно падает на 20 дБ), составляет несколько сотен квазипериодов (рис. 1,а). Форма колебаний существенно несинусоидальная, на протяжении нескольких десятков соседних квазипериодов она может считаться примерно постоянной (рис. 1,б), но заметно изменяется в зависимости от расположения анализируемого отрезка времени на общем интервале записи (рис. 1,в).



Использование двумерного текущего преобразования Фурье [3] процесса на рис. 1,а при помощи скользящего частотного окна, в пределах которого колебания можно считать почти периодическими, позволило [11] установить, что процесс  $y(t)$  является СШП и квазипериодическим, он характеризуется эквивалентной добротностью колебательной системы от 180 до 400 в зависимости от сочетания параметров материала струны, натяжения и её длины. Количество обертонов заметного уровня снижается по мере затухания колебательного процесса в связи с увеличением скорости уменьшения амплитуд высших гармоник при увеличении номера кратности. Изменение амплитуд высших гармоник с возрастанием  $n$  существенно немонотонное, например, уровень третьей гармоники может быть выше уровня второй и первой, что связано с особенностями процесса распространения волн высших типов вдоль распределённой колебательной системы. Сравнением результатов анализа массивов

[10], соответствующих стандартной частоте дискретизации 44,1 кГц записи акустического сигнала сполученными при увеличенной до 192 кГц частотой дискретизации показало, что указанные выше проявления характеризуют фундаментальные свойства колебательной системы и не вызваны погрешностями дискретных измерений.

Анализ результатов показал, что колебательному процессу в распределённой колебательной системе с малыми потерями на примере упругой гибкой струны свойственны следующие нелинейные проявления: а) зависимость значения квазипериода от текущего размаха колебаний (неизохронность); б) отличие значений частоты обертонов от целой кратности значению частоты основного тона (ангармонизм обертонов); в) возрастания скорости затухания амплитуды обертона с увеличением его номера  $n$ , в результате чего к окончанию процесса затухания сокращается количество обертонов существенного уровня. Установлено

также, что соотношения между начальными фазами колебаний различных обертонов в момент начала процесса свободного затухания однозначно определяются конструкцией колебательной системы и способом её возбуждения.

## 2. Оценка эквивалентной добротности колебательной системы

Эквивалентная добротность колебательной системы оценивалась [12-13] по осциллограмме типа рис. 1,а на основе соотношения

$$Q_{\text{экв}} = \pi T_{\text{кэкв}}/T_0, \quad (2)$$

где  $T_{\text{кэкв}}$  – постоянная времени эквивалентной колебательной системы первого порядка, определяемая первой производной от размаха колебаний по времени вблизи начала процесса свободных колебаний  $t \approx t_1$ ;  $T_0 = 1/f_0$  – длительность периода основного тона, измеренная вблизи момента окончания процесса свободного затухания  $t \approx t_2$ , когда размах колебаний уменьшился в 10 раз.

Измерениями установлено, что для струн повышенной плотности в виде толстой стальной проволоки, обвитой медной нитью, имеющих основную частоту менее 50 Гц, эквивалентная добротность примерно постоянна вблизи значения 180; для струн в виде гладкой стальной проволоки средней толщины с основной частотой от 50 до 250 Гц она изменяется от 250 до 200, а для наиболее тонких стальных струн с основной частотой свыше 250 Гц эквивалентная добротность монотонно снижается от 400 до 200.

## 3. Оценка уровня неизохронности

Параметр неизохронности колебаний оценивался по массивам записей типа рис. 1 как нормированное отношение значения квазипериода  $T_1$  в начале процесса свободных колебаний при  $t \approx t_1$  к его значению  $T_0$  в конце этого периода при  $t \approx t_2$ :

$$D = 100(T_1 - T_0)/T_0, \% \quad (3)$$

Результаты этих измерений оказались подвержены значительным погрешностям в связи с влиянием изменений формы и размаха колебаний в процессе затухания. Численные значе-

ния  $D$  в массе измерений для более чем 100 струн с разной частотой  $f_0$  и разной плотностью материала не превысили одного процента разного знака. Достоверного значения для параметра неизохронности установить не удалось, поэтому примем  $|D| \approx 0$ . Косвенным подтверждением этого вывода являются суждения профессиональных музыкантов, которые при прослушивании затухающего звучания фортепианной струны в течение нескольких секунд не отмечают заметного на слух изменения высоты её тона.

## 4. Кепстральный анализ негармоничности обертонов

Явление негармоничности сигналов, возбуждаемых в распределённых колебательных системах различной природы, отмечалось в ряде публикаций [4 – 6]. В [4] на основе детального анализа колебаний однородной упругой балки (струны), закреплённой на концах, аналитически получено выражение для зависимости собственных частот  $f_n$  высших гармоник (обертонов) процесса колебаний от их номера  $n$ , которое можно привести к следующему виду

$$\frac{f_n}{f_0} = n\sqrt{1 + Bn^2}, \quad (4)$$

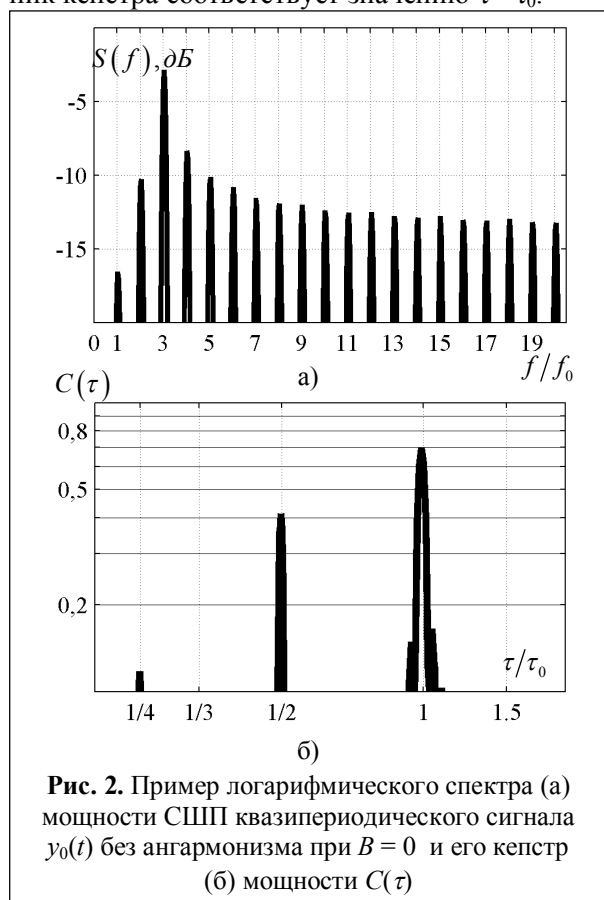
где  $B$  – параметр ангармонизма, который пропорционален радиусу струны, модулю Юнга для материала, из которого она изготовлена и обратно пропорционален её натяжению и квадрату длины  $L$ . Из (4) следует, что в отличие от (1) значения частоты высших обертонов  $f_n$  прогрессивно возрастают с увеличением номера кратности по отношению к целому кратному частоте основного тона  $n f_0$ .

Для количественной оценки значения  $B$  в работе использован метод кепстрального преобразования. Кепстр мощности  $C_0(\tau)$  представляет собой [14] квадрат модуля прямого преобразования Фурье от логарифма спектра мощности исследуемого сигнала. Рассмотрение кепстра позволяет выявить периодическую структуру первичного спектра.

В исследуемой задаче предполагается, что сигнал включает в себя достаточно большое количество (до 50) высших гармоник частоты основного тона.

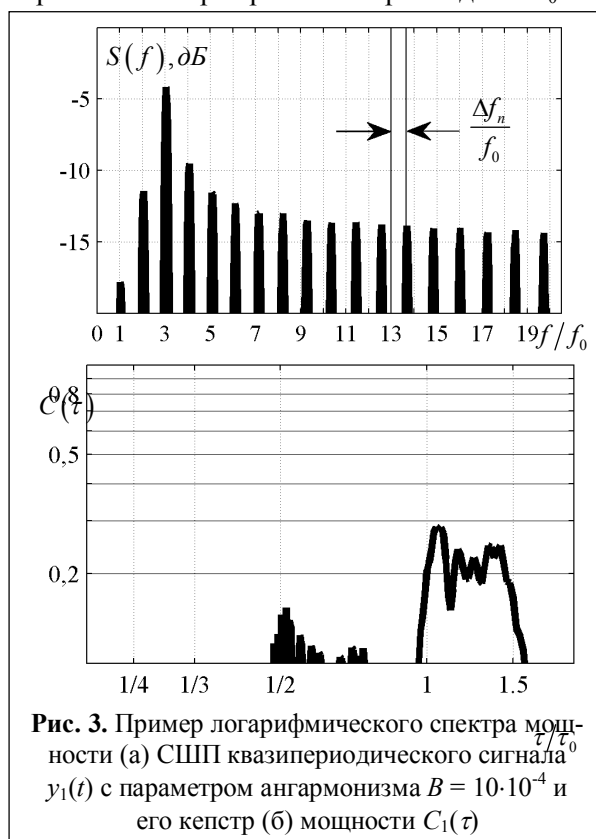
Если, например, в сигнале  $y_0(t)$  ангармонизм не проявляется, то значения частоты его спектральных составляющих  $f_n/f_0$  кратны целому значению  $n$ , а кепстр  $C_0(\tau)$  содержит характер-

ный пик в области значений  $\tau$ , близких к репиду основного тона  $\tau_0$  (обратной величине шага по частоте между соседними спектральными составляющими). На рис. 2,а в качестве примера показан типовой вид логарифмического спектра мощности  $S_0(f)$  синтезированного СШП квазипериодического сигнала  $y_0(t)$ , представленного  $N = 20$  гармониками с постоянным шагом  $f_0$  по частоте, в котором не проявляется ангармонизм, так что  $B = 0$ . На рис. 2,б показан его кепстр мощности  $C_0(\tau)$ , в котором по оси репидов отложена обратная величина  $\tau_0/\tau$  для удобства наблюдения гармоник репида. При выбранной нормировке на рис. 2,б основной пик кепстра соответствует значению  $\tau = \tau_0$ .



Если ангармонизм проявляется ( $B > 0$ ) так, что шаг по частоте между соседними спектральными составляющими увеличивается с ростом номера  $n$  в соответствии с (4), то входной процесс для второго прямого преобразования Фурье подобен сигналу с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) с отрицательной крутизной изменения частоты [15], так что его Фурье образ (называемый кепстром), имеет в

окрестности репида ширину, пропорциональную базе ЛЧМ сигнала, то есть произведению девиации частоты на длительность её изменения. На рис. 3,а показан пример логарифмического спектра мощности  $S_1(f)$  синтезированного СШП квазипериодического сигнала  $y_1(t)$ , в котором имеет место ангармонизм по (4) со значением  $B = 3 \cdot 10^{-4}$ . Из рассмотрения рис. 3,б видно уширение кепстрального изображения в окрестности нормированного репида  $\tau = \tau_0$ .



Таким образом, вид кепстрального преобразования позволяет судить о том, насколько точно высшие гармоники сигнала пропорциональны частоте основного тона.

### 5. Модификация кепстрального преобразования для оценки уровня ангармонизма

Выполнение количественных измерений величины параметра ангармонизма  $B$  по ширине кепстра вида рис. 3,б затруднено его сложной формой. В данной работе для снижения уровня погрешностей разработана его модификация, которая преобразует ширину кепстра в окрестности основного репида в высоту. Разработанная одним из авторов работы программная



оболочка на базе пакета MATLAB вводит в массив отсчётов спектра предсказание оси частот  $f$  в соответствии с выражением

$$f_1 = \sqrt{[1 + 4B_1(f/f_0)^2]/2B_1}, \quad (5)$$

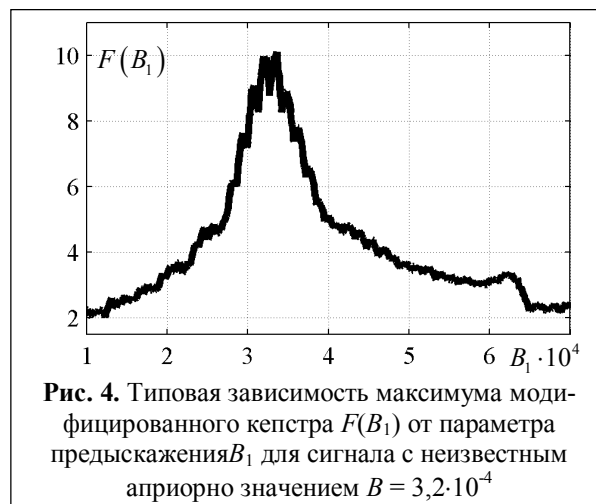
где  $B_1$  – варьируемое от одной итерации к другой значение параметра предсказания,  $f_0$  – частота основного тона. Если в действительности для рассматриваемой колебательной системы выполняется соотношение (4), то при  $B_1 = B$  частотная модуляция и ангармонизм компенсируются, расширенный кепстр вида рис. 3,б преобразуется в сосредоточенный пик вида рис. 2,б, а его энергия становится максимальной вблизи значения  $\tau = 1/f_0$ . По существу, указанная модификация соответствует нахождению неизвестного априорно значения крутизны согласованного сжимающего фильтра ЛЧМ сигнала в радиолокационных приложениях [15].

В качестве критерия остановки процесса итерационного поиска значения  $B_1 \approx B$  принималось достижение максимального значения пика кепстра в интервале значений частоты основного тона от  $(f_0 - f_0/5)$  до  $(f_0 + f_0/5)$ . Изменяя параметр  $B_1$  в пределах от 0 до  $B_1 = 20 \cdot 10^{-4}$  путём последовательных приближений находится максимум целевой функции  $F(B_1)$ . На рис. 4 представлена типовая зависимость максимума модифицированного кепстра мощности  $F(B_1)$  вблизи основного репериода  $\tau = \tau_0$  для неизвестного заранее значения измеряемого параметра ангармонизма  $B = 3,2 \cdot 10^{-4}$ .

Из рассмотрения рис. 4 видно, что целевая функция  $F(B_1)$  имеет ярко выраженный максимум как для синтезированных, то есть калибровочных с заранее известным коэффициентом  $B$ , так и для исследуемых реальных с измеряемым значением  $B$ .

Погрешность определения коэффициента негармоничности не превышает 5% в диапазоне значений частоты основного тона от 20 Гц до 2 кГц. Для значений  $f_0 > 2$  кГц погрешность определения значения параметра ангармоничности возрастает из-за существенно уменьшения количества гармоник, участвующих в анализе.

Погрешность измерения частоты основного тона при использовании разработанной программы не превышает 1%.



## 6. Результаты измерений

На рис. 5 представлены результаты измерений параметра ангармонизма в зависимости от частоты основного тона для более чем 100 струн в двух концертных роялях разных производителей.

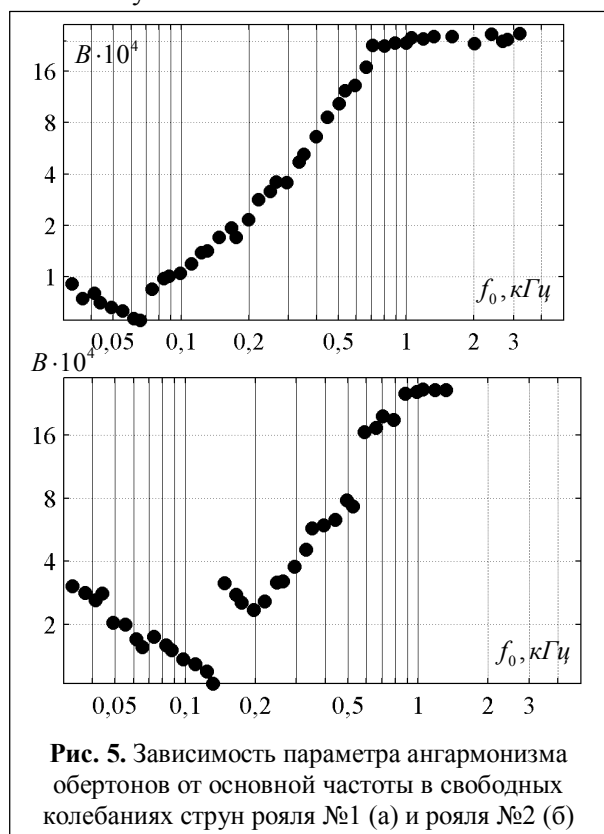
Рассмотрение рис. 5 показывает, что явление ангармонизма обертонов чётко выявляется с помощью метода модифицированного кепстрального анализа и уверенно количественно оценивается, о чём говорит незначительный разброс отсчётов. Разрыв тренда результатов вблизи частоты 140 Гц для рояля №1 (рис. 5,а) и вблизи частоты 300 Гц для рояля №2 (рис. 5,б) соответствует переходу от оббитых массивных струн к простым гладким струнам. Группирование результатов вдоль отрезков прямых линий при использовании логарифмического масштаба по двум осям свидетельствует о проявлении в колебаниях гибких упругих струн ангармонизма, функционально соответствующего соотношению (4). Количественные оценки значения параметра ангармонизма соответствуют малому значению параметра затухания, обратно пропорционального значениям представленных выше измерений эквивалентной добротности колебательной системы.

## Заключение

Предложенный метод модифицированного кепстрального преобразования с применением оптимального сжимающего частотного фильтра способствовал повышению точности измерений коэффициента ангармонизма высших гармоник СШП квазипериодических колебаний.

Количественная оценка уровня негармоничности квазипериодических колебаний, которая не выявляется при идеализированном рассмотрении упругих колебаний на основе линейного закона Гука, свидетельствует о необходимости более детального рассмотрения нелинейных свойств колебательных систем.

Ангармоничность обертонов является неотъемлемой характеристикой СШП акустических сигналов. Правильная оценка данного параметра позволяет дополнить параметрическую модель квазипериодических акустических сигналов и расширить возможности активно развивающихся направлений синтеза сложных квазипериодических сигналов и их идентификации по массиву записанных отсчётов.



**Рис. 5.** Зависимость параметра ангармонизма обертонов от основной частоты в свободных колебаниях струн рояля №1 (а) и рояля №2 (б)

Нелинейные явления в механических и радиотехнических системах следует учитывать при любом размахе колебаний в соответствии с принципами синергетики, сопоставляя характер и уровень их проявлений с требованиями конкретного приложения.

Поступила 07 июля 2016 г.

## Литература

1. Стретт Дж. В. (лорд Рэлей). Теория звука. Том 1 // пер. с англ. под ред. С.М. Рытова, -М.: Гостехиздат, 1955. -502 с.
2. Мандельштам Л.И. Полное собрание трудов. Том IV. -М.: Изд. АН СССР, 1955. - 512 с.
3. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. - М., Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. -496 с.
4. Fletcher N.H., Rossing T.D. The Physics of Musical Instruments, Springer-Verlag, 1998.
5. Rauhala J., Lehtonen H.M., Välimäki V. Fast automatic inharmonicity estimation algorithm // J. of the Acoust. Society of America, vol. 121 (2007), Issue 5 (May), pp. 184 -189.
6. Аскенфелд А., Галембо А. Исследование спектральной негармоничности музыкального звука с помощью алгоритмов экстракции высоты // Акустический журнал, 2000 г., том 46, вып. 2, с. 157-169.
7. Ганопольский Е.М., Королюк А.П. Акустические резонансные явления в твердом теле // Радиофизика та електроніка (ІРЭ НАН України, г. Харків), 2008.- Т. 13, спец. випуск. — С. 404-422.
8. Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. Сверхширокополосные сигналы и физические процессы. 1. Основные понятия, модели и методы описания // Радиофизика и радиоастрономия (ІРЭ НАН України), 2008, т. 13, №2, с.166-194.
9. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Изд. 2-е. -М.: Наука - Физматлит, 1979. -560 с.
10. Массив записей звучания струны. Электронный ресурс <https://native-instruments.com/> (дата обращения 20.05.2016).
11. Белов Л.А., Семенов Н.С., Первеева Н.С. Анализ квазипериодических сверхширокополосных акустических сигналов // Радиотехнические тетради, 2015, № 51, с. 64 – 68.
12. Семенов Н.С., Белов Л.А. Спектральный метод синтеза многооктавных сигналов звукового диапазона, Труды 15-ой МНПК «СИЭТ», г. Одесса, 2014, Т. 1, стр. 36-37.
13. Семёнов Н.С., Белов Л.А. Синтез квазипериодических сверхширокополосных сигналов в частотной области // в сб. Материалы V-ой Всероссийской научной конференции «Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике» (Муром, 29.06.-01.07.2015. - Муром: МИ ВлГУ, 2015. С. 13-17.
14. Гоноровский И.С., Дёмин М.П. Радиотехнические цепи и сигналы. 5-е издание. - М.: Радио и связь, 1994. - 480 с.
15. Кочемасов В.Н., Белов Л.А., Оконешников В.С. Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией. - М.: Радио и связь, 1983. - 192 с.

**Overtone inharmonicity in ultrabroadband quasi-periodic signals**

**Leonid Alekseevich Belov** – Candidate of Technical Sciences, Professor National Research University “MPEI”.

*E-mail:* pdvlist@list.ru.

**Nikolay Sergeevich Semenov** – Post-graduate student National Research University “MPEI”.

*E-mail:* pecheneff.evgeny@yandex.ru.

*Address:* 111250, Russia, Moscow, Krasnokazarmennaya Street, 14.

*Abstract:* Signals with significantly non-sinusoidal form of the carrier wave fluctuation and recurrent frequency high stability arise in ultrabroadband oscillating systems of acoustic and radio frequency range. Spectral content of such fluctuation can have up to several tens of the higher harmonics (overtone) of comparable level. Overtone resonance frequencies in many such systems are progressively increased compared to the base frequency integer multiplicity. Overtone inharmonicity phenomenon is analyzed using free fluctuations of elastic and flexible high-quality string. It was established through analysis of process records array for a set of strings with base frequency from 16 Hz to 2 kHz that quality factor equivalent of the considered oscillating system varies from 180 to 400. Oscillation amplitude effect level on the quasi-period value of the adjacent oscillations (non-isochronism) does not exceed measurement error. To measure overtone inharmonicity coefficient cepstral analysis method is applied which is modified by using compressing frequency filter after the first direct Fourier transform. It is indicated that value of this coefficient varies from 0,01% to 0,6% in the base frequency range more than 5 octave width for different options of a string material. Its dependence on oscillating system parameters is provided.

*Key words:* overtone inharmonicity; non-isochronism; ultrabroadband oscillating system; modified cepstral analysis; acoustic string.

**References**

1. Strutt J.W. (lord Rayleigh). The theory of sound. Volume 1//Transl. from Engl., Ed. by S. M. Rytov, - M.: Gostekhizdat, 1955.-502 p.
2. Mandelstam L.I. Complete collection of works. Volume IV. - M.: Publ. by Academy of Sciences of the USSR, 1955. - 512 p.
3. Zalmanzon L.A. Fourier, Walsh, Haar transforms, and their application in management, communication and other fields. - M, Nauka, ch. edit. Phys.-mat. lit., 1989.-496 p.
4. Fletcher N.H., Rossing T.D. The Physics of Musical Instruments, Springer-Verlag, 1998.
5. Rauhala J., Lehtonen H.M., Välimäki V. Fast automatic inharmonicity estimation algorithm//J. of the Acoust. Society of America, vol. 121 (2007), Issue 5 (May), pp. 184 - 189.
6. Askenfeld A., Galembo A. Research of musical sound spectral inharmonicity through pitch extraction // Akustichesky zhurnal, 2000, volume 46, ed. 2, p.157-169.
7. Ganapolskiy E.M., Korolyuk A.P. Acoustic resonant phenomena in solid body /E.M.// Radiofizika ta elektronika (IRE NAS of Ukraine, Kharkov), 2008. - T. 13, special edition. – P. 404-422.,
8. Lazorenko O. V., Chernogor L.F. Ultrabroadband signals and physical processes. 1. Basic concepts, models and description methods // Radiofizika i radioastronomiya (IRE NAS of Ukraine), 2008, v. 13, No. 2, p. 166-194.
9. Tymoshenko S.P., Gudyer Jh. Theory of elasticity. Ed. 2nd. - M.: Nauka - Fizmatlit, 1979.-560 p.
10. Amount of records of string sound. Electronic resource <https://native-instruments.com/resource> (date of the address 20.05.2016).
11. Belov L.A., Semenov N. S., Perveeva N. S. Analysis of quasi-periodic ultrabroadband acoustic signals// Radiotekhnicheskiye tetradi, 2015, No. 51, p. 64 - 68.
12. Semenov N. S., Belov L.A. Synthesis spectral method of sound range multi-octave signals, Works of the 15th IRPC "TIET", Odessa, 2014, V. 1, p. 36-37.
13. Semyonov N. S., Belov L.A. Synthesis of quasiperiodic ultrabroadband signals in frequency field//Coll. of Materials of the V-th All-Russian scientific conference "Ultrabroadband Signals in Radar, Communication and Acoustics" (Murom, 29.06.-01.07.2015. - Murom: MI VLSU, 2015. P. 13-17.
14. Gonorovsky I.S., Dyomin M.P. Radiotechnical circuits and signals. 5th edition. - M.: Radio I svyaz 1994. - 480 p.
15. Kochemasov V. N., Belov L.A., Okoneshnikov V. S. Generation of linear frequency modulation signals. - M.: Radio I svyaz, 1983. - 192 p.